

Manuel de théorie des groupes

Tables de caractères des groupes ponctuels de symétrie.

Clovis Darrigan



<https://darrigan.net>

<https://www.univ-pau.fr>

Photocopie et diffusion autorisées dans un cadre universitaire.

Version révisée le 18/04/2019.

Sommaire

Sommaire	2
Dernières révisions.....	2
1. Recherche du groupe ponctuel de symétrie d'un objet.....	3
2. Correspondances entre les notations de Schoenflies et Hermann-Mauguin	4
3. Tables des caractères des groupes ponctuels de symétrie usuels.....	5
3.1. Groupes non axiaux	5
3.2. Groupes C_n	5
3.3. Groupes D_n	7
3.4. Groupes C_{nv}	8
3.5. Groupes C_{nh}	9
3.6. Groupes D_{nh}	11
3.7. Groupes D_{nd}	14
3.8. Groupes S_n	16
3.9. Groupes cubiques	17
3.10. Groupes icosaédriques	19
3.11. Groupes linéaires.....	20
3.12. Groupe de rotation	21
3.13. Groupes doubles.....	22
4. Symétries de tenseurs (optique linéaire et non linéaire).....	24
4.1. Tenseur de polarisabilité (α) ou susceptibilité électrique d'ordre 1 ($\chi^{(1)}$).....	24
4.2. Tenseur de première hyperpolarisabilité (β) ou susceptibilité électrique d'ordre 2 ($\chi^{(2)}$) ..	25
4.3. Tenseur de deuxième hyperpolarisabilité (γ) ou susceptibilité électrique d'ordre 3 ($\chi^{(3)}$) ..	26

Dernières révisions

18/04/2019 : Corrigé coquille dans table D_{6h} : (R_x, R_y) corrigé en (R_z, R_y) .

13/04/2018 : Corrigé coquille dans table D_6 : $2C'_2$ corrigé en $3C'_2$. Amélioration de la recherche du groupe ponctuel.

01/02/2017 : Ajout des symétries des tenseurs utilisés en optique linéaire et non linéaire.

22/01/2013 : Corrigé coquilles dans notations de Hermann-Mauguin.

12/12/2012 : Nouvel organigramme de recherche d'un groupe, contribution de Germain Vallverdu.

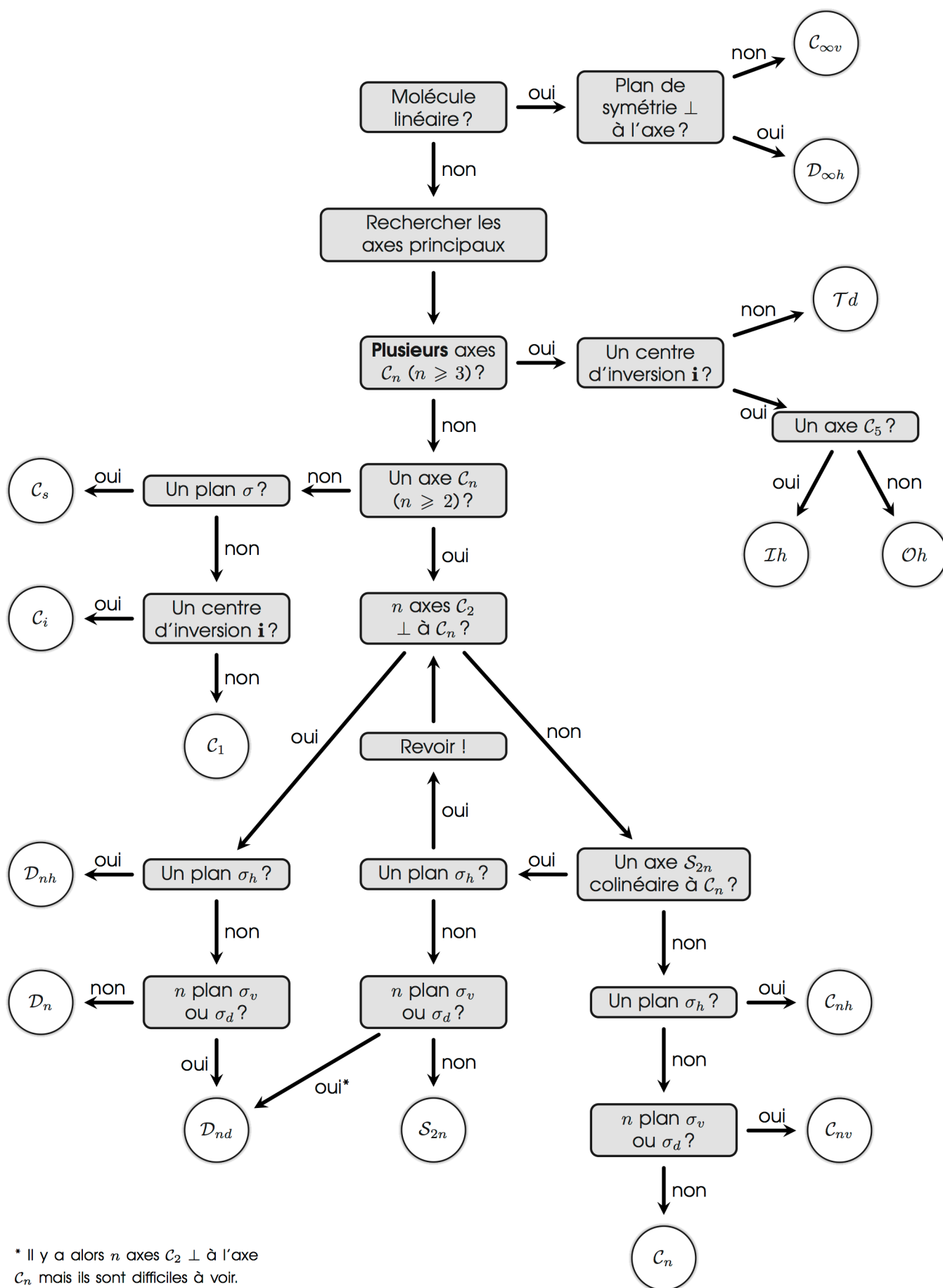
21/11/2011 : Ajout de la correspondance entre les notations de Hermann-Mauguin et de Schoenflies.

18/12/2010 : D'après référence citée¹ :

- La table D_{8h} a été corrigée en permutant $2S_8$ et $2S_8^3$.
- La table S_8 a été corrigée en déplaçant (R_x, R_y) de E_1 vers E_3 .

¹ Randall B. Shirts, *Journal of Chemical Education*, 84, 11 (2007).

1. Recherche du groupe ponctuel de symétrie d'un objet



2. Correspondances entre les notations de Schoenflies et Hermann-Mauguin

Système	Schoenflies	Hermann-Mauguin
Triclinique	C_1	1
	C_i	$\bar{1}$
Monoclinique	C_2	2
	C_s	$\bar{2}$ ou m
	C_{2h}	$2/m$
Orthorhombique	D_2	222
	C_{2v}	$mm2$
	D_{2h}	mmm
Tétragonal	C_4	4
	S_4	$\bar{4}$
	C_{4h}	$4/m$
	D_4	422
	C_{4v}	$4mm$
	D_{2d}	$\bar{4}2m$
	D_{4h}	$4/m\ mm$
Trigonal	C_3	3
	S_6	$\bar{3}$
	D_3	32
	C_{3v}	$3m$
	D_{3d}	$\bar{3}m$
Hexagonal	C_6	6
	C_{3h}	$\bar{6}$
	C_{6h}	$6/m$
	D_6	622
	C_{6v}	$6mm$
	D_{3h}	$\bar{6}m2$
	D_{6h}	$6/m\ mm$
Cubique	T	23
	T_h	$m\bar{3}$
	O	432
	T_d	$\bar{4}3m$
	O_h	$m\bar{3}m$

3. Tables des caractères des groupes ponctuels de symétrie usuels

3.1. Groupes non axiaux

C_1	E
A	1

C_s	E	σ_h		
A'	1	1	x, y, R_z	x^2, y^2, z^2, xy
A''	1	-1	z, R_x, R_y	yz, xz

C_i	E	i		
A_g	1	1	R_x, R_y, R_z	$x^2, y^2, z^2, xy, xz, yz$
A_u	1	-1	x, y, z	

3.2. Groupes C_n

C_2	E	C_2		
A	1	1	z, R_z	x^2, y^2, z^2, xy
B	1	-1	x, y, R_x, R_y	yz, xz

C_3	E	C_3	C_3^2		$\varepsilon = \exp(2\pi i / 3)$
A	1	1	1	z, R_z	$x^2 + y^2, z^2$
E	$\begin{Bmatrix} 1 & \varepsilon & \varepsilon^* \\ 1 & \varepsilon^* & \varepsilon \end{Bmatrix}$			$(x, y), (R_x, R_y)$	$(x^2 - y^2, xy), (yz, xz)$

C_4	E	C_4	C_2	C_4^3		
A	1	1	1	1	z, R_z	$x^2 + y^2, z^2$
B	1	-1	1	-1		$x^2 - y^2, xy$
E	$\begin{Bmatrix} 1 & i & -1 & -i \\ 1 & -i & -1 & i \end{Bmatrix}$				$(x, y), (R_x, R_y)$	(yz, xz)

C_5	E	C_5	C_5^2	C_5^3	C_5^4		$\varepsilon = \exp(2\pi i / 5)$
A	1	1	1	1	1	z, R_z	$x^2 + y^2, z^2$
E_1	$\begin{Bmatrix} 1 & \varepsilon & \varepsilon^2 & \varepsilon^{2*} & \varepsilon^* \\ 1 & \varepsilon^* & \varepsilon^{2*} & \varepsilon^2 & \varepsilon \end{Bmatrix}$					$(x, y), (R_x, R_y)$	(yz, xz)
E_2	$\begin{Bmatrix} 1 & \varepsilon^2 & \varepsilon^* & \varepsilon & \varepsilon^{2*} \\ 1 & \varepsilon^{2*} & \varepsilon & \varepsilon^* & \varepsilon^2 \end{Bmatrix}$						$(x^2 - y^2, xy)$

C_6	E	C_6	C_3	C_2	C_3^2	C_6^5		$\varepsilon = \exp(2\pi i / 6)$
A	1	1	1	1	1	1	z, R_z	$x^2 + y^2, z^2$
B	1	-1	1	-1	1	-1	$(x, y), (R_x, R_y)$	(xz, yz)
E_1	$\begin{Bmatrix} 1 & \varepsilon & -\varepsilon^* & -1 & -\varepsilon & \varepsilon^* \\ 1 & \varepsilon^* & -\varepsilon & -1 & -\varepsilon^* & \varepsilon \end{Bmatrix}$							
E_2	$\begin{Bmatrix} 1 & -\varepsilon^* & -\varepsilon & 1 & -\varepsilon^* & -\varepsilon \\ 1 & -\varepsilon & -\varepsilon^* & 1 & -\varepsilon & -\varepsilon^* \end{Bmatrix}$							$(x^2 - y^2, xy)$

C_7	E	C_7	C_7^2	C_7^3	C_7^4	C_7^5	C_7^6		$\varepsilon = \exp(2\pi i / 7)$
A	1	1	1	1	1	1	1	z, R_z	$x^2 + y^2, z^2$
E_1	$\begin{Bmatrix} 1 & \varepsilon & \varepsilon^2 & \varepsilon^3 & \varepsilon^{3*} & \varepsilon^{2*} & \varepsilon^* \\ 1 & \varepsilon^* & \varepsilon^{2*} & \varepsilon^{3*} & \varepsilon^3 & \varepsilon^2 & \varepsilon \end{Bmatrix}$							$(x, y), (R_x, R_y)$	(xz, yz)
E_2	$\begin{Bmatrix} 1 & \varepsilon^2 & \varepsilon^{3*} & \varepsilon^* & \varepsilon & \varepsilon^3 & \varepsilon^{2*} \\ 1 & \varepsilon^{2*} & \varepsilon^3 & \varepsilon & \varepsilon^* & \varepsilon^{3*} & \varepsilon^2 \end{Bmatrix}$							$(x^2 - y^2, xy)$	
E_3	$\begin{Bmatrix} 1 & \varepsilon^3 & \varepsilon^* & \varepsilon^2 & \varepsilon^{2*} & \varepsilon & \varepsilon^{3*} \\ 1 & \varepsilon^{3*} & \varepsilon & \varepsilon^{2*} & \varepsilon^2 & \varepsilon^* & \varepsilon^3 \end{Bmatrix}$								

C_8	E	C_8	C_4	C_2	C_4^3	C_8^3	C_8^5	C_8^7		$\varepsilon = \exp(2\pi i / 8)$
A	1	1	1	1	1	1	1	1	z, R_z	$x^2 + y^2, z^2$
B	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	$(x, y), (R_x, R_y)$	(xz, yz)
E_1	$\begin{Bmatrix} 1 & \varepsilon & i & -1 & -i & -\varepsilon^* & -\varepsilon & \varepsilon^* \\ 1 & \varepsilon^* & -i & -1 & i & -\varepsilon & -\varepsilon^* & \varepsilon \end{Bmatrix}$									
E_2	$\begin{Bmatrix} 1 & i & -1 & 1 & -1 & -i & i & -i \\ 1 & -i & -1 & 1 & -1 & i & -i & i \end{Bmatrix}$									
E_3	$\begin{Bmatrix} 1 & -\varepsilon & i & -1 & -i & \varepsilon^* & \varepsilon & -\varepsilon^* \\ 1 & -\varepsilon^* & -i & -1 & i & \varepsilon & \varepsilon^* & -\varepsilon \end{Bmatrix}$									$(x^2 - y^2, xy)$

3.3. Groupes D_n

D_2	E	$C_2(z)$	$C_2(y)$	$C_2(x)$		
A	1	1	1	1		x^2, y^2, z^2
B_1	1	1	-1	-1	z, R_z	xy
B_2	1	-1	1	-1	y, R_y	xz
B_3	1	-1	-1	1	x, R_x	yz

D_3	E	$2C_3(z)$	$3C_2$		
A_1	1	1	1		$x^2 + y^2, z^2$
A_2	1	1	-1	z, R_z	
E	2	-1	0	$(x, y), (R_x, R_y)$	$(x^2 - y^2, xy), (xz, yz)$

D_4	E	$2C_4(z)$	$C_2(z)$	$2C'_2$	$2C''_2$		
A_1	1	1	1	1	1		$x^2 + y^2, z^2$
A_2	1	1	1	-1	-1	z, R_z	
B_1	1	-1	1	1	-1		$x^2 - y^2$
B_2	1	-1	1	-1	1		xy
E	2	0	-2	0	0	$(x, y), (R_x, R_y)$	(xz, yz)

D_5	E	$2C_5(z)$	$2C_5^2$	$5C_2$		
A_1	1	1	1	1		$x^2 + y^2, z^2$
A_2	1	1	1	-1	z, R_z	
E_1	2	$2\cos 72^\circ$	$2\cos 144^\circ$	0	$(x, y), (R_x, R_y)$	(xz, yz)
E_2	2	$2\cos 144^\circ$	$2\cos 72^\circ$	0		$(x^2 - y^2, xy)$

D_6	E	$2C_6(z)$	$2C_3(z)$	$C_2(z)$	$3C'_2$	$3C''_2$		
A_1	1	1	1	1	1	1		$x^2 + y^2, z^2$
A_2	1	1	1	1	-1	-1	z, R_z	
B_1	1	-1	1	-1	1	-1		
B_2	1	-1	1	-1	-1	1		
E_1	2	1	-1	-2	0	0	$(x, y), (R_x, R_y)$	(xz, yz)
E_2	2	-1	-1	2	0	0		$(x^2 - y^2, xy)$

3.4. Groupes C_{nv}

C_{2v}	E	$C_2(z)$	$\sigma_v(xz)$	$\sigma'_v(yz)$		
A_1	1	1	1	1	z	x^2, y^2, z^2
A_2	1	1	-1	-1	R_z	xy
B_1	1	-1	1	-1	x, R_y	xz
B_2	1	-1	-1	1	y, R_x	yz

C_{3v}	E	$2C_3(z)$	$3\sigma_v$		
A_1	1	1	1	z	$x^2 + y^2, z^2$
A_2	1	1	-1	R_z	
E	2	-1	0	$(x, y), (R_x, R_y)$	$(x^2 - y^2, xy), (xz, yz)$

C_{4v}	E	$2C_4(z)$	C_2	$2\sigma_v$	$2\sigma_d$		
A_1	1	1	1	1	1	z	$x^2 + y^2, z^2$
A_2	1	1	1	-1	-1	R_z	
B_1	1	-1	1	1	-1		$x^2 - y^2$
B_2	1	-1	1	-1	1		xy
E	2	0	-2	0	0	$(x, y), (R_x, R_y)$	(xz, yz)

C_{5v}	E	$2C_5(z)$	$2C_5^2$	$5\sigma_v$		
A_1	1	1	1	1	z	$x^2 + y^2, z^2$
A_2	1	1	1	-1	R_z	
E_1	2	$2\cos 72^\circ$	$2\cos 144^\circ$	0	$(x, y), (R_x, R_y)$	(xz, yz)
E_2	2	$2\cos 144^\circ$	$2\cos 72^\circ$	0		$(x^2 - y^2, xy)$

C_{6v}	E	$2C_6(z)$	$2C_3(z)$	$C_2(z)$	$3\sigma_v$	$3\sigma_d$		
A_1	1	1	1	1	1	1	z	$x^2 + y^2, z^2$
A_2	1	1	1	1	-1	-1	R_z	
B_1	1	-1	1	-1	1	-1		
B_2	1	-1	1	-1	-1	1		
E_1	2	1	-1	-2	0	0	$(x, y), (R_x, R_y)$	(xz, yz)
E_2	2	-1	-1	2	0	0		$(x^2 - y^2, xy)$

3.5. Groupes C_{nh}

C_{2h}	E	$C_2(z)$	i	σ_h		
A_g	1	1	1	1	R_z	x^2, y^2, z^2, xy
B_g	1	-1	1	-1	R_x, R_y	xz, yz
A_u	1	1	-1	-1	z	
B_u	1	-1	-1	1	x, y	

C_{3h}	E	$C_3(z)$	C_3^2	σ_h	S_3	S_3^5		$\varepsilon = \exp(2\pi i / 3)$
A'	1	1	1	1	1	1	R_z	$x^2 + y^2, z^2$
E'	$\begin{Bmatrix} 1 & \varepsilon & \varepsilon^* \\ 1 & \varepsilon^* & \varepsilon \end{Bmatrix}$	ε	ε^*	1	ε	ε^*	(x, y)	$(x^2 - y^2, xy)$
A''	1	1	1	-1	-1	-1	z	
E''	$\begin{Bmatrix} 1 & \varepsilon & \varepsilon^* \\ 1 & \varepsilon^* & \varepsilon \end{Bmatrix}$	ε	ε^*	-1	$-\varepsilon$	$-\varepsilon^*$	(R_x, R_y)	(xz, yz)

C_{4h}	E	$C_4(z)$	C_2	C_4^3	i	S_4^3	σ_h	S_4		
A_g	1	1	1	1	1	1	1	1	R_z	$x^2 + y^2, z^2$
B_g	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1		$x^2 - y^2, xy$
E_g	$\begin{Bmatrix} 1 & i & -1 & -i \\ 1 & -i & -1 & i \end{Bmatrix}$	i	-1	$-i$	1	i	-1	$-i$	(R_x, R_y)	(xz, yz)
A_u	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	z	
B_u	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1		
E_u	$\begin{Bmatrix} 1 & i & -1 & -i \\ 1 & -i & -1 & i \end{Bmatrix}$	i	-1	$-i$	-1	$-i$	1	i	(x, y)	

C_{5h}	E	C_5	C_5^2	C_5^3	C_5^4	σ_h	S_5	S_5^7	S_5^3	S_5^9		$\varepsilon = \exp(2\pi i / 5)$
A'	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	R_z	$x^2 + y^2, z^2$
E'_1	$\begin{Bmatrix} 1 & \varepsilon & \varepsilon^2 & \varepsilon^{2*} & \varepsilon^* \\ 1 & \varepsilon^* & \varepsilon^{2*} & \varepsilon^2 & \varepsilon \end{Bmatrix}$	ε	ε^2	ε^{2*}	ε^*	1	ε	ε^2	ε^{2*}	ε^*	(x, y)	
E'_2	$\begin{Bmatrix} 1 & \varepsilon^2 & \varepsilon^* & \varepsilon & \varepsilon^{2*} \\ 1 & \varepsilon^{2*} & \varepsilon & \varepsilon^* & \varepsilon^2 \end{Bmatrix}$	ε^2	ε^*	ε	ε^{2*}	1	ε^2	ε^*	ε	ε^{2*}		$(x^2 - y^2, xy)$
A''	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	z	
E''_1	$\begin{Bmatrix} 1 & \varepsilon & \varepsilon^2 & \varepsilon^{2*} & \varepsilon^* \\ 1 & \varepsilon^* & \varepsilon^{2*} & \varepsilon^2 & \varepsilon \end{Bmatrix}$	ε	ε^2	ε^{2*}	ε^*	-1	$-\varepsilon$	$-\varepsilon^2$	$-\varepsilon^{2*}$	$-\varepsilon^*$	(R_x, R_y)	(xz, yz)
E''_2	$\begin{Bmatrix} 1 & \varepsilon^2 & \varepsilon^* & \varepsilon & \varepsilon^{2*} \\ 1 & \varepsilon^{2*} & \varepsilon & \varepsilon^* & \varepsilon^2 \end{Bmatrix}$	ε^2	ε^*	ε	ε^{2*}	-1	$-\varepsilon^2$	$-\varepsilon^*$	$-\varepsilon$	$-\varepsilon^{2*}$		

C_{6h}	E	$C_6(z)$	C_3	C_2	C_3^2	C_6^5	i	S_5^3	S_6^5	σ_h	S_6	S_3		$\varepsilon = \exp(2\pi i / 6)$
A_g	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	R_z	$x^2 + y^2, z^2$
B_g	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1		
E_{1g}	$\left\{ \begin{array}{l} 1 \quad \varepsilon \quad -\varepsilon^* \quad -1 \quad -\varepsilon \quad \varepsilon^* \quad 1 \quad \varepsilon \quad -\varepsilon^* \quad -1 \quad -\varepsilon \quad \varepsilon^* \\ 1 \quad \varepsilon^* \quad -\varepsilon \quad -1 \quad -\varepsilon^* \quad \varepsilon \quad 1 \quad \varepsilon^* \quad -\varepsilon \quad -1 \quad -\varepsilon^* \quad \varepsilon \end{array} \right\}$												(R_x, R_y)	(xz, yz)
E_{2g}	$\left\{ \begin{array}{l} 1 \quad -\varepsilon^* \quad -\varepsilon \quad 1 \quad -\varepsilon^* \quad -\varepsilon \quad 1 \quad -\varepsilon^* \quad -\varepsilon \quad 1 \quad -\varepsilon^* \quad -\varepsilon \\ 1 \quad -\varepsilon \quad -\varepsilon^* \quad 1 \quad -\varepsilon \quad -\varepsilon^* \quad 1 \quad -\varepsilon \quad -\varepsilon^* \quad 1 \quad -\varepsilon \quad -\varepsilon^* \end{array} \right\}$													$(x^2 - y^2, xy)$
A_u	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	z	
B_u	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1		
E_{1u}	$\left\{ \begin{array}{l} 1 \quad \varepsilon \quad -\varepsilon^* \quad -1 \quad -\varepsilon \quad \varepsilon^* \quad -1 \quad -\varepsilon \quad \varepsilon^* \quad 1 \quad \varepsilon \quad -\varepsilon^* \\ 1 \quad \varepsilon^* \quad -\varepsilon \quad -1 \quad -\varepsilon^* \quad \varepsilon \quad -1 \quad -\varepsilon^* \quad \varepsilon \quad 1 \quad \varepsilon^* \quad -\varepsilon \end{array} \right\}$												(x, y)	
E_{2u}	$\left\{ \begin{array}{l} 1 \quad -\varepsilon^* \quad -\varepsilon \quad 1 \quad -\varepsilon^* \quad -\varepsilon \quad -1 \quad \varepsilon^* \quad \varepsilon \quad -1 \quad \varepsilon^* \quad \varepsilon \\ 1 \quad -\varepsilon \quad -\varepsilon^* \quad 1 \quad -\varepsilon \quad -\varepsilon^* \quad -1 \quad \varepsilon \quad \varepsilon^* \quad -1 \quad \varepsilon \quad \varepsilon^* \end{array} \right\}$													

3.6. Groupes D_{nh}

D_{2h}	E	$C_2(z)$	$C_2(y)$	$C_2(x)$	i	$\sigma(xy)$	$\sigma(xz)$	$\sigma(yz)$		
A_g	1	1	1	1	1	1	1	1		x^2, y^2, z^2
B_{1g}	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	R_z	xy
B_{2g}	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	R_y	xz
B_{3g}	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	R_x	yz
A_u	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1		
B_{1u}	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	z	
B_{2u}	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	y	
B_{3u}	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	x	

D_{3h}	E	$2C_3(z)$	$3C_2$	$\sigma_h(xy)$	$2S_3$	$3\sigma_v$		
A'_1	1	1	1	1	1	1		$x^2 + y^2, z^2$
A'_2	1	1	-1	1	1	-1	R_z	
E'	2	-1	0	2	-1	0	(x, y)	$(x^2 - y^2, xy)$
A''_1	1	1	1	-1	-1	-1		
A''_2	1	1	-1	-1	-1	1	z	
E''	2	-1	0	-2	1	0	(R_x, R_y)	(xz, yz)

D_{4h}	E	$2C_4(z)$	C_2	$2C'_2$	$2C''_2$	i	$2S_4$	σ_h	$2\sigma_v$	$2\sigma_d$		
A_{1g}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		$x^2 + y^2, z^2$
A_{2g}	1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	R_z	
B_{1g}	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1		$x^2 - y^2$
B_{2g}	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1		xy
E_g	2	0	-2	0	0	2	0	-2	0	0	(R_x, R_y)	(xz, yz)
A_{1u}	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1		
A_{2u}	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	z	
B_{1u}	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1		
B_{2u}	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1		
E_u	2	0	-2	0	0	-2	0	2	0	0	(x, y)	

D_{5h}	E	$2C_5$	$2C_5^2$	$5C_2$	σ_h	$2S_5$	$2S_5^3$	$5\sigma_v$		
A'_1	1	1	1	1	1	1	1	1	R_z (x, y)	$x^2 + y^2, z^2$ $(x^2 - y^2, xy)$
A'_2	1	1	1	-1	1	1	1	-1		
E'_1	2	$2\cos 72^\circ$	$2\cos 144^\circ$	0	2	$2\cos 72^\circ$	$2\cos 144^\circ$	0		
E'_2	2	$2\cos 144^\circ$	$2\cos 72^\circ$	0	2	$2\cos 144^\circ$	$2\cos 72^\circ$	0		
A''_1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	z (R_x, R_y)	(xz, yz)
A''_2	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1		
E''_1	2	$2\cos 72^\circ$	$2\cos 144^\circ$	0	-2	$-2\cos 72^\circ$	$-2\cos 144^\circ$	0		
E''_2	2	$2\cos 144^\circ$	$2\cos 72^\circ$	0	-2	$-2\cos 144^\circ$	$-2\cos 72^\circ$	0		

D_{6h}	E	$2C_6(z)$	$2C_3$	C_2	$3C'_2$	$3C''_2$	i	$2S_3$	$2S_6$	$\sigma_h(xy)$	$3\sigma_d$	$3\sigma_v$			
A_{1g}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	R_z	$x^2 + y^2, z^2$ (xz, yz) $(x^2 - y^2, xy)$	
A_{2g}	1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1			
B_{1g}	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1			
B_{2g}	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1			
E_{1g}	2	1	-1	-2	0	0	2	1	-1	-2	0	0	(R_x, R_y)		
E_{2g}	2	-1	-1	2	0	0	2	-1	-1	2	0	0			
A_{1u}	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	z		
A_{2u}	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1			
B_{1u}	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1			
B_{2u}	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1			
E_{1u}	2	1	-1	-2	0	0	-2	-1	1	2	0	0	(x, y)		
E_{2u}	2	-1	-1	2	0	0	-2	1	1	-2	0	0			

D_{8h}	E	$2C_8$	$2C_8^3$	$2C_4$	$C_2(z)$	$4C_2'$	$4C_2''$	i	$2S_8^3$	$2S_8$	$2S_4$	σ_h	$4\sigma_v$	$4\sigma_d$		
A_{1g}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	R_z	$x^2 + y^2, z^2$
A_{2g}	1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1		
B_{1g}	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1		
B_{2g}	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1		
E_{1g}	2	$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	0	-2	0	0	2	$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	0	-2	0	0	(R_x, R_y)	(xz, yz) $(x^2 - y^2, xy)$
E_{2g}	2	0	0	-2	2	0	0	2	0	0	-2	2	0	0		
E_{3g}	2	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	0	-2	0	0	2	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	0	-2	0	0		
A_{1u}	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	z	
A_{2u}	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1		
B_{1u}	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1		
B_{2u}	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1		
E_{1u}	2	$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	0	-2	0	0	-2	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	0	2	0	0	(x, y)	
E_{2u}	2	0	0	-2	2	0	0	-2	0	0	2	-2	0	0		
E_{3u}	2	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	0	-2	0	0	-2	$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	0	2	0	0		

3.7. Groupes D_{nd}

D_{2d}	E	$2S_4$	$C_2(z)$	$2C'_2$	$2\sigma_d$		
A_1	1	1	1	1	1	R_z	$x^2 + y^2, z^2$
A_2	1	1	1	-1	-1		
B_1	1	-1	1	1	-1		$x^2 - y^2$
B_2	1	-1	1	-1	1		xy
E	2	0	-2	0	0	$(x, y), (R_x, R_y)$	(xz, yz)

D_{3d}	E	$2C_3$	$3C_2$	i	$2S_6$	$3\sigma_d$		
A_{1g}	1	1	1	1	1	1	R_z	$x^2 + y^2, z^2$
A_{2g}	1	1	-1	1	1	-1		
E_g	2	-1	0	2	-1	0	(R_x, R_y)	$(x^2 - y^2, xy), (xz, yz)$
A_{1u}	1	1	1	-1	-1	-1	z	
A_{2u}	1	1	-1	-1	-1	1		
E_u	2	-1	0	-2	1	0	(x, y)	

D_{4d}	E	$2S_8$	$2C_4$	$2S_8^3$	C_2	$4C'_2$	$4\sigma_d$		
A_1	1	1	1	1	1	1	1	R_z	$x^2 + y^2, z^2$
A_2	1	1	1	1	1	-1	-1		
B_1	1	-1	1	-1	1	1	-1		
B_2	1	-1	1	-1	1	-1	1	z	
E_1	2	$\sqrt{2}$	0	$-\sqrt{2}$	-2	0	0	(x, y)	
E_2	2	0	-2	0	2	0	0		$(x^2 - y^2, xy)$
E_3	2	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	-2	0	0	(R_x, R_y)	(xz, yz)

D_{5d}	E	$2C_5$	$2C_5^2$	$5C_2$	i	$2S_{10}^3$	$2S_{10}$	$5\sigma_d$		
A_{1g}	1	1	1	1	1	1	1	1	R_z	$x^2 + y^2, z^2$
A_{2g}	1	1	1	-1	1	1	1	-1		
E_{1g}	2	$2\cos 72^\circ$	$2\cos 144^\circ$	0	2	$2\cos 72^\circ$	$2\cos 144^\circ$	0	(R_x, R_y)	(xz, yz)
E_{2g}	2	$2\cos 144^\circ$	$2\cos 72^\circ$	0	2	$2\cos 144^\circ$	$2\cos 72^\circ$	0		$(x^2 - y^2, xy)$
A_{1u}	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	z	
A_{2u}	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1		
E_{1u}	2	$2\cos 72^\circ$	$2\cos 144^\circ$	0	-2	$-2\cos 72^\circ$	$-2\cos 144^\circ$	0	(x, y)	
E_{2u}	2	$2\cos 144^\circ$	$2\cos 72^\circ$	0	-2	$-2\cos 144^\circ$	$-2\cos 72^\circ$	0		

D_{6d}	E	$2S_{12}$	$2C_6$	$2S_4$	$2C_3$	$2S_{12}^5$	C_2	$6C_2'$	$6\sigma_d$		
A_1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	R_z	$x^2 + y^2, z^2$
A_2	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1		
B_1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1		
B_2	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	z	$(x^2 - y^2, xy)$
E_1	2	$\sqrt{3}$	1	0	-1	$-\sqrt{3}$	-2	0	0	(x, y)	
E_2	2	1	-1	-2	-1	1	2	0	0		
E_3	2	0	-2	0	2	0	-2	0	0		
E_4	2	-1	-1	2	-1	-1	2	0	0		
E_5	2	$-\sqrt{3}$	1	0	-1	$\sqrt{3}$	-2	0	0	(R_x, R_y)	(xz, yz)

3.8. Groupes S_n

S_2 : voir C_i

S_4	E	S_4	C_2	S_4^3		
A	1	1	1	1	R_z	$x^2 + y^2, z^2$
B	1	-1	1	-1	z	$x^2 - y^2, xy$
E	$\begin{Bmatrix} 1 & i & -1 & -i \\ 1 & -i & -1 & i \end{Bmatrix}$				$(x, y), (R_x, R_y)$	(xz, yz)

S_6	E	$C_3(z)$	C_3^2	i	S_6^5	S_6		$\varepsilon = \exp(2\pi i / 3)$
A_g	1	1	1	1	1	1	R_z	$x^2 + y^2, z^2$
E_g	$\begin{Bmatrix} 1 & \varepsilon & \varepsilon^* & 1 & \varepsilon & \varepsilon^* \\ 1 & \varepsilon^* & \varepsilon & 1 & \varepsilon^* & \varepsilon \end{Bmatrix}$						(R_x, R_y)	$(x^2 - y^2, xy), (xz, yz)$
A_u	1	1	1	-1	-1	-1	z	
E_u	$\begin{Bmatrix} 1 & \varepsilon & \varepsilon^* & -1 & -\varepsilon & -\varepsilon^* \\ 1 & \varepsilon^* & \varepsilon & -1 & -\varepsilon^* & -\varepsilon \end{Bmatrix}$						(x, y)	

S_8	E	S_8	$C_4(z)$	S_8^3	C_2	S_8^5	C_4^3	S_8^7		$\varepsilon = \exp(2\pi i / 8)$
A	1	1	1	1	1	1	1	1	R_z	$x^2 + y^2, z^2$
B	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	z	
E_1	$\begin{Bmatrix} 1 & \varepsilon & i & -\varepsilon^* & -1 & -\varepsilon & -i & \varepsilon^* \\ 1 & \varepsilon^* & -i & -\varepsilon & -1 & -\varepsilon^* & i & \varepsilon \end{Bmatrix}$								(x, y)	
E_2	$\begin{Bmatrix} 1 & i & -1 & -i & 1 & i & -1 & -i \\ 1 & -i & -1 & i & 1 & -i & -1 & i \end{Bmatrix}$									$(x^2 - y^2, xy)$
E_3	$\begin{Bmatrix} 1 & -\varepsilon^* & -i & \varepsilon & -1 & \varepsilon^* & i & -\varepsilon \\ 1 & -\varepsilon & i & \varepsilon^* & -1 & \varepsilon & -i & -\varepsilon^* \end{Bmatrix}$								(R_x, R_y)	(xz, yz)

3.9. Groupes cubiques

T	E	$4C_3$	$4C_3^2$	$3C_2$		$\varepsilon = \exp(2\pi i / 3)$
A	1	1	1	1		$x^2 + y^2 + z^2$
E	$\begin{Bmatrix} 1 & \varepsilon & \varepsilon^* & 1 \\ 1 & \varepsilon^* & \varepsilon & 1 \end{Bmatrix}$					$(2z^2 - x^2 - y^2, x^2 - y^2)$
T	3	0	0	-1	$(R_x, R_y, R_z), (x, y, z)$	(xy, xz, yz)

T_h	E	$4C_3$	$4C_3^2$	$3C_2$	i	$4S_6$	$4S_6^5$	$3\sigma_h$		$\varepsilon = \exp(2\pi i / 3)$
A_g	1	1	1	1	1	1	1	1		$x^2 + y^2 + z^2$
A_u	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1		
E_g	$\begin{Bmatrix} 1 & \varepsilon & \varepsilon^* & 1 & 1 & \varepsilon & \varepsilon^* & 1 \\ 1 & \varepsilon^* & \varepsilon & 1 & 1 & \varepsilon^* & \varepsilon & 1 \end{Bmatrix}$									$(2z^2 - x^2 - y^2, x^2 - y^2)$
E_u	$\begin{Bmatrix} 1 & \varepsilon & \varepsilon^* & 1 & -1 & -\varepsilon & -\varepsilon^* & -1 \\ 1 & \varepsilon^* & \varepsilon & 1 & -1 & -\varepsilon^* & -\varepsilon & -1 \end{Bmatrix}$									
T_g	3	0	0	-1	1	0	0	-1	(R_x, R_y, R_z)	(xz, yz, xy)
T_u	3	0	0	-1	-1	0	0	1	(x, y, z)	

T_d	E	$8C_3$	$3C_2$	$6S_4$	$6\sigma_d$		
A_1	1	1	1	1	1		$x^2 + y^2 + z^2$
A_2	1	1	1	-1	-1		
E	2	-1	2	0	0		$(2z^2 - x^2 - y^2, x^2 - y^2)$
T_1	3	0	-1	1	-1	(R_x, R_y, R_z)	
T_2	3	0	-1	-1	1	(x, y, z)	(xy, xz, yz)

O	E	$6C_4$	$3C_2 (= C_4^2)$	$8C_3$	$6C_2$		
A_1	1	1	1	1	1		$x^2 + y^2 + z^2$
A_2	1	-1	1	1	-1		
E	2	0	2	-1	0		$(2z^2 - x^2 - y^2, x^2 - y^2)$
T_1	3	1	-1	0	-1	$(R_x, R_y, R_z), (x, y, z)$	
T_2	3	-1	-1	0	1		(xy, xz, yz)

O_h	E	$8C_3$	$6C_2$	$6C_4$	$3C_2(=C_4^2)$	i	$6S_4$	$8S_6$	$3\sigma_h$	$6\sigma_d$		
A_{1g}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	(R_x, R_y, R_z)	$x^2 + y^2 + z^2$
A_{2g}	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1		$(2z^2 - x^2 - y^2, x^2 - y^2)$
E_g	2	-1	0	0	2	2	0	-1	2	0		
T_{1g}	3	0	-1	1	-1	3	1	0	-1	-1		
T_{2g}	3	0	1	-1	-1	3	-1	0	-1	1		
A_{1u}	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1		
A_{2u}	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	1		
E_u	2	-1	0	0	2	-2	0	1	-2	0		
T_{1u}	3	0	-1	1	-1	-3	-1	0	1	1		
T_{2u}	3	0	1	-1	-1	-3	1	0	1	-1		
											(x, y, z)	(xz, yz, xy)

3.10. Groupes icosaédriques

I	E	$12C_5$	$12C_5^2$	$20C_3$	$15C_2$		
A	1	1	1	1	1	$(x, y, z), (R_x, R_y, R_z)$	$x^2 + y^2 + z^2$
T_1	3	$-2\cos 144^\circ$	$-2\cos 72^\circ$	0	-1		
T_2	3	$-2\cos 72^\circ$	$-2\cos 144^\circ$	0	-1		
G	4	-1	-1	1	0		
H	5	0	0	-1	1		$(2z^2 - x^2 - y^2, x^2 - y^2, xy, yz, xz)$

I_h	E	$12C_5$	$12C_5^2$	$20C_3$	$15C_2$	i	$12S_{10}$	$12S_{10}^3$	$20S_6$	15σ		$\varphi_1 = 2\cos 72^\circ$ $\varphi_2 = 2\cos 144^\circ$
A_g	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	(R_x, R_y, R_z)	$x^2 + y^2 + z^2$
T_{1g}	3	$-\varphi_2$	$-\varphi_1$	0	-1	3	$-\varphi_1$	$-\varphi_2$	0	-1		
T_{2g}	3	$-\varphi_1$	$-\varphi_2$	0	-1	3	$-\varphi_2$	$-\varphi_1$	0	-1		
G_g	4	-1	-1	1	0	4	-1	-1	1	0		
H_g	5	0	0	-1	1	5	0	0	-1	1		$(2z^2 - x^2 - y^2, x^2 - y^2, xy, yz, xz)$
A_u	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	(x, y, z)	
T_{1u}	3	$-\varphi_2$	$-\varphi_1$	0	-1	-3	φ_1	φ_2	0	1		
T_{2u}	3	$-\varphi_1$	$-\varphi_2$	0	-1	-3	φ_2	φ_1	0	1		
G_u	4	-1	-1	1	0	-4	1	1	-1	0		
H_u	5	0	0	-1	1	-5	0	0	1	-1		

3.11. Groupes linéaires

$C_{\infty v}$	E	$2C_{\infty}^{\Phi}$	$\dots$	$\infty\sigma_v$		
$A_1 \equiv \Sigma^+$	1	1	$\dots$	1	z	$x^2 + y^2, z^2$
$A_2 \equiv \Sigma^-$	1	1	$\dots$	-1	R_z	
$E_1 \equiv \Pi$	2	$2\cos\Phi$	$\dots$	0	$(x, y), (R_x, R_y)$	(xz, yz)
$E_2 \equiv \Delta$	2	$2\cos 2\Phi$	$\dots$	0		$(x^2 - y^2, xy)$
$E_3 \equiv \Phi$	2	$2\cos 3\Phi$	$\dots$	0		
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$		

D_{∞}	E	$2C_{\infty}^{\Phi}$	$\dots$	∞C_2		
Σ^+	1	1	$\dots$	1	z	$x^2 + y^2, z^2$
Σ^-	1	1	$\dots$	-1	R_z	
Π	2	$2\cos\Phi$	$\dots$	0	$(x, y), (R_x, R_y)$	(xz, yz)
Δ	2	$2\cos 2\Phi$	$\dots$	0		$(x^2 - y^2, xy)$
Φ	2	$2\cos 3\Phi$	$\dots$	0		
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$		

$D_{\infty h}$	E	$2C_{\infty}^{\Phi}$	$\dots$	$\infty\sigma_v$	i	$2S_{\infty}^{\Phi}$	$\dots$	∞C_2		
Σ_g^+	1	1	$\dots$	1	1	1	$\dots$	1	R_z	$x^2 + y^2, z^2$
Σ_g^-	1	1	$\dots$	-1	1	1	$\dots$	-1		
Π_g	2	$2\cos\Phi$	$\dots$	0	2	$-2\cos\Phi$	$\dots$	0	(R_x, R_y)	(xz, yz)
Δ_g	2	$2\cos 2\Phi$	$\dots$	0	2	$2\cos 2\Phi$	$\dots$	0		$(x^2 - y^2, xy)$
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$		
Σ_u^+	1	1	$\dots$	1	-1	-1	$\dots$	-1	z	
Σ_u^-	1	1	$\dots$	-1	-1	-1	$\dots$	1		
Π_u	2	$2\cos\Phi$	$\dots$	0	-2	$2\cos\Phi$	$\dots$	0	(x, y)	
Δ_u	2	$2\cos 2\Phi$	$\dots$	0	-2	$-2\cos 2\Phi$	$\dots$	0		
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$		

3.12. Groupe de rotation

Le groupe K est parfois noté R_{3f} .

K	E	∞C_{∞}^{Φ}	...		
S	1	1	...	$(x, y, z), (R_x, R_y, R_z)$	$x^2 + y^2 + z^2$
P	3	$1 + 2 \cos \Phi$	...		$(2z^2 - x^2 - y^2, x^2 - y^2, xy, yz, xz)$
D	5	$1 + 2 \cos \Phi + 2 \cos 2\Phi$	...		
F	7	$1 + 2 \cos \Phi + 2 \cos 2\Phi + 2 \cos 3\Phi$	...		
...	...	...	...		

3.13. Groupes doubles

Dans les groupes doubles suivants, R représente l'opération de rotation d'angle 2π .

L'opération identité est R^2 .

$\tilde{D}_2$	$C_2(z) \quad C_2(y) \quad C_2(x)$					
	E	R	$C_2(z)R$	$C_2(y)R$	$C_2(x)R$	
$\Gamma_1 \equiv A_1$	1	1	1	1	1	
$\Gamma_2 \equiv B_1$	1	1	1	-1	-1	
$\Gamma_3 \equiv B_2$	1	1	-1	1	-1	
$\Gamma_4 \equiv B_3$	1	1	-1	-1	1	
$\Gamma_5 \equiv E$	2	-2	0	0	0	(α, β)

$\tilde{D}_3$	$C_3^1 \quad C_3^2$						
	E	R	C_3^2R	C_3^1R	$3C_2$	$3C_2R$	
$\Gamma_1 \equiv A_1$	1	1	1	1	1	1	
$\Gamma_2 \equiv A_2$	1	1	1	1	-1	-1	
$\Gamma_3 \equiv E_1$	2	2	-1	-1	0	0	
$\Gamma_4 \equiv E_2$	2	-2	1	-1	0	0	(α, β)
$\Gamma_5 \equiv E_3$	$\begin{Bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 & i & -i \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -i & i \end{Bmatrix}$						

$\tilde{D}_4$	$C_4^1 \quad C_4^3 \quad C_2 \quad 2C_2' \quad 2C_2''$							
	E	R	$C_4^3 R$	$C_4^1 R$	$C_2 R$	$2C_2' R$	$2C_2'' R$	
$\Gamma_1 \equiv A_1$	1	1	1	1	1	1	1	
$\Gamma_2 \equiv A_2$	1	1	1	1	1	-1	-1	
$\Gamma_3 \equiv B_1$	1	1	-1	-1	1	1	-1	
$\Gamma_4 \equiv B_2$	1	1	-1	-1	1	-1	1	
$\Gamma_5 \equiv E_1$	2	2	0	0	-2	0	0	
$\Gamma_6 \equiv E_2$	2	-2	$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	0	0	0	(α, β)
$\Gamma_7 \equiv E_3$	2	-2	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	0	0	0	

$\tilde{O}$			$4C_3^1$	$4C_3^2$	$3C_2$	$3C_4^1$	$3C_4^3$	$6C_2'$	
	E	R	$4C_3^2R$	$4C_3^1R$	$3C_2R$	$3C_4^3R$	$3C_4^1R$	$6C_2'R$	
$\Gamma_1 \equiv A_1$	1	1	1	1	1	1	1	1	
$\Gamma_2 \equiv A_2$	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	
$\Gamma_3 \equiv E_1$	2	2	-1	-1	2	0	0	0	
$\Gamma_4 \equiv T_1$	3	3	0	0	-1	1	1	-1	
$\Gamma_5 \equiv T_2$	3	3	0	0	-1	-1	-1	1	
$\Gamma_6 \equiv E_2$	2	-2	1	-1	0	$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	0	(α, β)
$\Gamma_7 \equiv E_3$	2	-2	1	-1	0	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	0	
$\Gamma_8 \equiv G$	4	-4	-1	1	0	0	0	0	

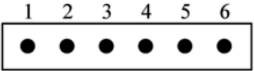
4. Symétries de tenseurs (optique linéaire et non linéaire)

Légende commune :

- composante nulle ($\bullet = 0$)
- composante non nulle ($\bullet \neq 0$)
- composante égale à l'opposé de la composante ● qui lui est liée ($\circ = -\bullet$)
- ▲ composante égale à 3 fois la composante ● qui lui est liée ($\blacktriangle = 3\bullet$)
- △ composante égale à -3 fois la composante ● qui lui est liée ($\triangle = -3\bullet = -\blacktriangle$)
- lien entre composantes

4.1. Tenseur de polarisabilité (α) ou susceptibilité électrique d'ordre 1 ($\chi^{(1)}$)

Notation : $\left(\begin{matrix} \alpha_{xx} & \alpha_{yy} & \alpha_{zz} & \alpha_{yz} & \alpha_{xz} & \alpha_{xy} \end{matrix} \right)$

Classes de symétrie	Formes
$1, \bar{1}$	
$2, 2/m, m$ (selon y) (selon z)	
$222, mm2, mmm$	
$3, \bar{3}, 32, 3m, \bar{3}m, 4, \bar{4}, 422, 4mm,$ $\bar{4}2m, 4/m, 4/m\bar{m}, 6, \bar{6}, 622, \bar{6}m2,$ $6mm, 6/m, 6/m\bar{m}$	
$23, 432, \bar{4}3m, m3, m3m$	

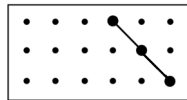
4.2. Tenseur de première hyperpolarisabilité (β) ou susceptibilité électrique d'ordre 2 ($\chi^{(2)}$)

Notation :

$$\begin{pmatrix} \beta_{xxx} & \beta_{xyy} & \beta_{xzz} & \beta_{xyz} & \beta_{xxz} & \beta_{xxy} \\ \beta_{yxx} & \beta_{yyy} & \beta_{yzz} & \beta_{yyz} & \beta_{yxz} & \beta_{yyx} \\ \beta_{zxx} & \beta_{zyy} & \beta_{zzz} & \beta_{zyz} & \beta_{zxz} & \beta_{zxy} \end{pmatrix}$$

Classes de symétrie	Formes
$\bar{1}, 2/m, 432, 4/m, 4/mmm, 6/m, 6/mmm, m\bar{3}, m\bar{3}m, mmm, \bar{3}, \bar{3}m$	1 2 3
1	
2 (selon y)	
m ($\perp y$)	
mm2	
222	
4mm, 6mm	
$\bar{4}2m$ (111, 112, 113, 114, 121, 122)	
$\bar{4}2m$ (115, 116, 117, 118, 119, 120)	

23, $\bar{4}3m$



32 (150, 152, 154, 155)	
32 (149, 151, 153)	
3	
422, 622	
$\bar{6}m2$ (187, 188)	
$\bar{6}m2$ (189, 190)	
4, 6	
3m (156, 158, 160, 161)	
3m (157, 159)	

4.3. Tenseur de deuxième hyperpolarisabilité (γ) ou susceptibilité électrique d'ordre 3 ($\chi^{(3)}$)

Notation :

$$\begin{pmatrix} \gamma_{xxxx} & \gamma_{xyyy} & \gamma_{xzzz} & \gamma_{xzyz} & \gamma_{xzzy} & \gamma_{xzzx} & \gamma_{xzxz} & \gamma_{xyxy} & \gamma_{xyxx} & \gamma_{xzyy} \\ \gamma_{yxxx} & \gamma_{yyyy} & \gamma_{yzzz} & \gamma_{yzzy} & \gamma_{yzyy} & \gamma_{yzxz} & \gamma_{yzzx} & \gamma_{yyxy} & \gamma_{yyxx} & \gamma_{yzyx} \\ \gamma_{zxxx} & \gamma_{zyyy} & \gamma_{zzzz} & \gamma_{zzyz} & \gamma_{zzyy} & \gamma_{zzxz} & \gamma_{zzxx} & \gamma_{zyxy} & \gamma_{zyxx} & \gamma_{zzxy} \end{pmatrix}$$

Classes de symétrie	Formes		
$1, \bar{1}$		$622, 6mm, 6/mmm, \bar{6}m2$	
$2, mmm, mm2$		3	
$m, 23$		$32 (150, 152, 154, 155),$ $3m (156, 158, 160, 161),$ $\bar{3}m (164, 165, 166, 167)$	
$222, 432, m3, m3m, \bar{4}3m$		$32 (149, 151, 153),$ $3m (157, 159),$ $\bar{3}m (162, 163)$	
$422, 4mm, 4/mmm, \bar{4}2m$		$6, \bar{6}, 6/m$	
$4, \bar{4}, 4/m$		$2/m, \bar{3}$	

(Formes des tenseurs recalculées, non publiées, C. Darrigan)